

Die Scheitelpunktform:

$$f(x) = a (x - x_s)^2 + y_s$$

Information:

Der **Scheitelpunkt** liegt bei  $S(x_s | y_s)$ .

Das heißt:

Die Parabel ist um  $x_s$  nach rechts  
und um  $y_s$  nach oben verschoben.

(3) Nullstellen bestimmen und für  
 $x_1$  und  $x_2$  einsetzen

Die faktorisierte Form:

$$f(x) = a (x - x_1)(x - x_2)$$

Information:

Die **Nullstellen** liegen bei  
 $x_1$  und  $x_2$ .

Das heißt:

Die Parabel schneidet an diesen  
Nullstellen die x-Achse.

**Beispiel 1:** Gegeben ist eine Funktion  $f$  mit  $f(x) = (x-3)^2$

- a) Gib alle Informationen an, die du direkt aus der Funktionsgleichung ablesen kannst.  
b) Stelle die **faktorisierte Form** von  $f$  auf.

zu a)

Die Funktion hat keinen Streckfaktor  $a$  ( $a=1$ ), ist also weder gestaucht noch gestreckt.  
Der Scheitelpunkt liegt bei  $P(3|0)$ , da die Funktionsgleichung auch so geschrieben werden kann:  $f(x) = (x-3)^2 + 0$ .

Die Nullstellen können auch schon abgelesen werden, sie liegen beide bei  $x=3$   
(doppelte Nullstelle) denn:

$$f(x) = (x-3)^2 = (x-3)(x-3).$$

zu b)

$$f(x) = a (x - x_1)(x - x_2) \quad \text{mit } a = 1; \quad x_1 = 3 \quad \text{und } x_2 = 3$$

$$f(x) = (x-3)(x-3).$$

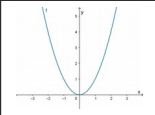
Hier war also nicht viel zu machen...

**Aufgabe 1.1:** Gegeben ist eine Funktion  $f$  mit  $f(x) = (x-2)^2$

- a) Gib alle Informationen an, die du direkt aus der Funktionsgleichung ablesen kannst.  
b) Stelle die **faktorisierte Form** von  $f$  auf.

**Aufgabe 1.2:** Gegeben ist eine Funktion  $f$  mit  $f(x) = (x+5)^2$

- a) Gib alle Informationen an, die du direkt aus der Funktionsgleichung ablesen kannst.  
b) Stelle die **faktorisierte Form** von  $f$  auf.



**Beispiel 2:** Gegeben ist eine Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^2 - 4$

- a) Gib alle Informationen an, die du direkt aus der Funktionsgleichung ablesen kannst.  
b) Bestimme die **faktorisierte Form** von  $f$ .

zu a)

Die Funktion hat keinen Streckfaktor  $a$  ( $a=1$ ), ist also weder gestaucht noch gestreckt. Der Scheitelpunkt liegt bei  $P(0|-4)$ , da die Funktionsgleichung auch so geschrieben werden kann:  $f(x) = (x-0)^2 - 4$ .

zu b)

Hierfür müssen als erstes die Nullstellen bestimmt werden:

$$0 = f(x)$$

*Wir versuchen, dass  $x$  alleine auf einer Seite steht.*

*Dafür benutzen wir Äquivalenzumformungen:*

<https://www.studimup.de/abitur/lineare-algebra/%C3%A4quivalenzumformung/#swap>

$$0 = x^2 - 4$$

$$| +4$$

$$4 = x^2$$

$$| \sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{4} = x$$

$$\pm 2 = x$$

*Warum gibt es zwei Ergebnisse  $+1$  und  $-1$ ? → Buch S.75 „Wissen...“*

Die Nullstellen lauten also:  $x_1 = -2$  und  $x_2 = 2$ .

Die faktorisierte Form lautet:

$$f(x) = a (x - x_1)(x - x_2) \quad \text{mit } a = 1; \quad x_1 = -2 \quad \text{und } x_2 = 2$$

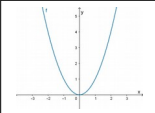
$$f(x) = (x+2)(x-2).$$

**Aufgabe 2.1:** Gegeben ist eine Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^2 - 9$ .

- a) Gib alle Informationen an, die du direkt aus der Funktionsgleichung ablesen kannst.  
b) Bestimme die **faktorisierte Form** von  $f$ .

**Aufgabe 2.2:** Gegeben ist eine Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^2 - 6,25$ .

- a) Gib alle Informationen an, die du direkt aus der Funktionsgleichung ablesen kannst.  
b) Bestimme die **faktorisierte Form** von  $f$ .



**Beispiel 3:** Gegeben ist eine Funktion  $f$  mit  $f(x) = (x-3)^2 - 1$

- a) Gib alle Informationen an, die du direkt aus der Funktionsgleichung ablesen kannst.  
b) Bestimme die **faktorisierte Form** von  $f$ .

zu a)

Die Funktion hat keinen Streckfaktor  $a$  ( $a=1$ ), ist also weder gestaucht noch gestreckt. Der Scheitelpunkt liegt bei  $P(3|-1)$ .

zu b)

Hierfür müssen als erstes die Nullstellen bestimmt werden:

$$\begin{array}{ll} 0 = f(x) & \text{Wir versuchen, dass } x \text{ alleine auf einer Seite steht.} \\ 0 = (x-3)^2 - 1 & | +1 \\ 1 = (x-3)^2 & | \sqrt{\phantom{x}} \\ \sqrt{1} = \sqrt{(x-3)^2} & \\ \pm 1 = x - 3 & | +3 \\ \pm 1 + 3 = x & \end{array}$$

Die Nullstellen lauten also:  $x_1 = -1 + 3 = 2$  und  $x_2 = 1 + 3 = 4$ .

Die faktorisierte Form lautet:

$$f(x) = a (x - x_1)(x - x_2) \quad \text{mit } a = 1; \quad x_1 = 2 \quad \text{und } x_2 = 4$$

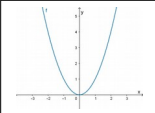
$$f(x) = (x-2)(x-4).$$

**Aufgabe 3.1:** Gegeben ist eine Funktion  $f$  mit  $f(x) = (x-2)^2$

- a) Gib alle Informationen an, die du direkt aus der Funktionsgleichung ablesen kannst.  
b) Bestimme die **faktorisierte Form** von  $f$ .

**Aufgabe 3.2:** Gegeben ist eine Funktion  $f$  mit  $f(x) = (x+5)^2$

- a) Gib alle Informationen an, die du direkt aus der Funktionsgleichung ablesen kannst.  
b) Bestimme die **faktorisierte Form** von  $f$ .



**Beispiel 4:** Gegeben ist eine Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 2$

- a) Gib alle Informationen an, die du direkt aus der Funktionsgleichung ablesen kannst.  
b) Bestimme die **faktorisierte Form** von  $f$ .

zu a)

Die Funktion hat den Streckfaktor  $a = \frac{1}{2}$ , ist also gestaucht.

Der Scheitelpunkt liegt bei  $P(3|-2)$ .

zu b)

Hierfür müssen als erstes die Nullstellen bestimmt werden:

$$0 = f(x) \quad \text{Wir versuchen, dass } x \text{ alleine auf einer Seite steht.}$$

$$0 = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 2 \quad | +2$$

$$2 = \frac{1}{2}(x-3)^2 \quad | \cdot 2 \quad \text{damit werden wir die } \frac{1}{2} \text{ los.}$$

$$4 = (x-3)^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{4} = \sqrt{(x-3)^2}$$

$$\pm 2 = x - 3 \quad | +3$$

$$\pm 2 + 3 = x$$

Die Nullstellen lauten also:  $x_1 = -2 + 3 = 1$  und  $x_2 = 2 + 3 = 5$ .

Die faktorisierte Form lautet:

$$f(x) = a (x - x_1)(x - x_2) \quad \text{mit } a = \frac{1}{2} ; \quad x_1 = 1 \quad \text{und } x_2 = 5$$

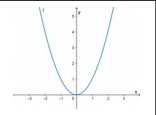
$$f(x) = \frac{1}{2}(x-1)(x-5). \quad \text{Achtung: der Streckfaktor bleibt erhalten.}$$

**Aufgabe 4.1:** Gegeben ist eine Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{4}(x-7)^2 - 4$ .

- a) Gib alle Informationen an, die du direkt aus der Funktionsgleichung ablesen kannst.  
b) Bestimme die **faktorisierte Form** von  $f$ .

**Aufgabe 4.2:** Gegeben ist eine Funktion  $f$  mit  $f(x) = 0,2(x+5)^2 - 5$ .

- a) Gib alle Informationen an, die du direkt aus der Funktionsgleichung ablesen kannst.  
b) Bestimme die **faktorisierte Form** von  $f$ .



**Beispiel 5:** Gegeben ist eine Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 2$

- a) Gib alle Informationen an, die du direkt aus der Funktionsgleichung ablesen kannst.  
b) Bestimme die **faktorisierte Form** von  $f$ .

zu a)

Die Funktion hat den Streckfaktor  $a = \frac{1}{2}$ , ist also gestaucht.

Der Scheitelpunkt liegt bei  $P(3|2)$ .

zu b)

Hierfür müssen als erstes die Nullstellen bestimmt werden:

$$0 = f(x) \quad \text{Wir versuchen, dass } x \text{ alleine auf einer Seite steht.}$$

$$0 = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 2 \quad | -2$$

$$-2 = \frac{1}{2}(x-3)^2 \quad | \cdot 2 \quad \text{damit werden wir die } \frac{1}{2} \text{ los.}$$

$$-4 = (x-3)^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{-4} = \sqrt{(x-3)^2}$$

**Achtung! Wir können keine Wurzel aus einer negativen Zahl ziehen!**

Es gibt also keine Nullstellen. Darum gibt es für diese Funktion **keine** faktorisierte Form!

**Aufgabe 5.1:** Gegeben ist eine Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{4}(x-7)^2 + 4$ .

- a) Gib alle Informationen an, die du direkt aus der Funktionsgleichung ablesen kannst.  
b) Bestimme ggf. die **faktorisierte Form** von  $f$ .

**Aufgabe 5.2:** Gegeben ist eine Funktion  $f$  mit  $f(x) = 0,2(x+5)^2 + 5$ .

- a) Gib alle Informationen an, die du direkt aus der Funktionsgleichung ablesen kannst.  
b) Bestimme ggf. die **faktorisierte Form** von  $f$ .